MATE 1207 CÁLCULO VECTORIAL

Taller 2 Octubre de 2017

Parte B: Integrales de línea y de superficie

1. Halle el área de cada una de las vallas descritas a continuación:

   a) $0 \leq x \leq 1,\ y = x^2,\ z = x$ (la curva base está en el plano xy)
   b) $0 \leq y \leq 1,\ y + z = 1,\ x = \sqrt{2y - y^2}$ (la curva base está en el plano yz)
   c) $0 \leq z \leq 1,\ z = x,\ y = e^{x+z}$ (la curva base está en el plano xz)

2. Un alambre delgado tiene la forma de la curva de intersección del plano $x + y + z = 0$ con la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Si la densidad de masa en cada punto del alambre es el cuadrado de su distancia al plano xy, halle la masa del alambre.

3. Un alambre delgado tiene la forma de la curva de intersección del cono $z = 1 - r$ con el cilindro $r = 2sen\theta$. Halle el trabajo realizado por la fuerza $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$ para mover una partícula a lo largo de esta curva desde el punto $(0, 0, 1)$ hasta el punto $(\sqrt{3}/2, 3/2, 0)$.

4. Para cada una de las superficies a continuación, halle:

   a) Una ecuación paramétrica para la recta normal y la ecuación del plano tangente en el punto dado.
   b) El área de la superficie.

      i) El cilindro circular recto definido por $x = 2cos\theta,\ y = 2sen\theta,\ z = u$, donde $0 \leq \theta \leq 2\pi,\ 0 \leq u \leq 2,$ en el punto $\left(\sqrt{2},\ \sqrt{2}, 1\right)$.
      ii) El cono circular dado por $x = rcos\theta,\ y = rsen\theta,\ z = 4 - 2r$, donde $0 \leq \theta \leq 2\pi,\ 0 \leq r \leq 2,$ en el punto $\left(1/2, \sqrt{3}/2, 2\right)$.
      iii) La esfera de radio 4 centrada en el origen en el punto $\frac{4}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$.

5. Sean $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^2\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ y S el paraboloide $z = 1 - (x^2 + y^2),\ z \geq 0$. Determine el flujo de $\boldsymbol{F}$ hacia afuera de S.

6. Sea S la superficie cilíndrica que es imagen de la parametrización $\boldsymbol{r}(\theta, u) = (cos\theta, sen\theta, u)$, definida sobre el rectángulo $[0, 2\pi] \times [0, 1]$, donde S está orientada con la normal exterior. Halle el flujo de $\boldsymbol{F}$ a través de S para cada uno de los siguientes campos vectoriales:

   a) $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \boldsymbol{k}$
   b) $\boldsymbol{F}(x, y, z) = y\boldsymbol{j}$
   c) $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$